

Construcción de apoyos para la enseñanza y el aprendizaje de la división de polinomios en un aula del nivel secundario en la que participa un alumno ciego

Jimena Lorenzo ^(1,2); **Verónica Grimaldi** ^(1,3); **Pilar Cobeñas** ^(1,4)

¹ Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación Universidad Nacional de La Plata

² jimell04.jl@gmail.com; jlorenzo@fahce.unlp.edu.ar

³ verogrimaldi@gmail.com

⁴ pilarcobenas@gmail.com

Resumen

En esta comunicación presentamos algunos aspectos de un Trabajo Final Integrador correspondiente a la Especialización en Educación en Ciencias Exactas y Naturales de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de La Plata. Se analiza una experiencia de colaboración en la que se diseñaron apoyos para la enseñanza y el aprendizaje de la división de polinomios utilizando la regla de Ruffini en un aula de Matemática del nivel secundario en la que participa un alumno con discapacidad visual. El diseño se llevó a cabo a partir del trabajo conjunto con la docente del curso, así como del trabajo colaborativo con el alumno ciego. Para su elaboración, implementación y evaluación nos apoyamos en desarrollos teóricos de la Didáctica de la Matemática Francesa y de la Educación Inclusiva.

Palabras clave: enseñanza y aprendizaje de la matemática; nivel secundario; polinomios; educación inclusiva; personas con discapacidad.

Introducción

Esta comunicación presenta algunos aspectos de un Trabajo Final Integrador correspondiente a la Especialización en Educación en Ciencias Exactas y Naturales de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de La Plata (FaHCE, UNLP)¹. La propuesta se enmarca en el trabajo que realizamos desde la cátedra Didáctica Específica II y Prácticas Docentes en Matemática del Profesorado de Matemática de la FaHCE, UNLP. En dicha cátedra es usual que se trabaje articuladamente con docentes del nivel medio, y en esta oportunidad colaboramos en la puesta en marcha de una propuesta didáctica en un 4º año de una escuela secundaria de la ciudad de La Plata en el que participa un estudiante ciego.

El contenido matemático considerado fue la regla de Ruffini asociada a la división de polinomios, teniendo en cuenta que dentro de la planificación institucional se preveía abordar posteriormente la factorización de polinomios. La decisión de trabajar en torno a estos contenidos fue tomada de manera conjunta con la docente a cargo del curso, a partir de consideraciones didácticas, curriculares e institucionales. Asimismo, asumimos relevante la participación del estudiante con discapacidad en la construcción de los apoyos que harían posible la enseñanza y el aprendizaje del contenido matemático en juego.

Objetivos

Nuestro trabajo pertenece a un conjunto de estudios que se vienen desarrollando en nuestra facultad (entre otros, Grimaldi, 2017; Cobeñas, Grimaldi, Broitman, Sancha y Escobar, 2021), que buscan poner en diálogo los saberes producidos en el campo pedagógico de la Educación Inclusiva y el campo de la Didáctica de la Matemática de la escuela francesa. En esta intersección, apuntamos en este caso a construir conocimiento didáctico vinculado a la inclusión de un alumno ciego en un aula de matemática de una escuela media a través de la elaboración e implementación de una propuesta didáctica para la enseñanza de la división de polinomios. En este sentido, apuntamos a identificar posibles barreras para la enseñanza y el aprendizaje de la Regla de Ruffini cuando en el aula de Matemática participa un alumno ciego, y a construir apoyos para su enseñanza.

¹ Lorenzo, J. (2023). *Construcción de apoyos para la enseñanza y el aprendizaje de la división de polinomios usando la regla de Ruffini en un aula de Matemática del nivel secundario en la que participa un alumno ciego* [Trabajo final de Especialización, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de La Plata]. Memoria Académica, repositorio institucional FaHCE-UNLP. Recuperado de: <https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/tesis/te.2490/te.2490.pdf>

La inclusión de alumnos con discapacidad: una mirada desde la didáctica específica

Nuestra propuesta se apoya en desarrollos teóricos de ciertos referentes de la didáctica francesa, fundamentalmente en la Teoría de las Situaciones de Guy Brousseau (1986, 2007). Asimismo, la mirada de la discapacidad desde la que elaboramos este trabajo toma como referencia el Modelo Social, que considera a la discapacidad, no como un déficit de un individuo, sino como una construcción social, es decir:

una relación entre una persona con ciertas características y la sociedad que le presenta diversas barreras que la inhabilitan para participar plenamente de la vida social. Esto no niega las características de las personas, pero sí niega la imposibilidad que se les asigna a priori para ser capaces de hacer algo de manera independiente de las condiciones que se les ofrezcan. (Grimaldi, 2017, p.4)

En este sentido, nos ubicamos dentro del campo de la Educación Inclusiva que tiene la característica de constituirse no sólo como una perspectiva pedagógica sino también como un derecho humano. Así, por Educación Inclusiva entendemos la identificación y eliminación de todas las políticas, culturas y prácticas educativas que puedan tener como efecto formas de exclusión educativa de las personas con discapacidad, y el consiguiente desarrollo de apoyos y formas de enseñanza basadas en el supuesto de que todos pueden aprender y que deben hacerlo juntos en espacios inclusivos (Ainscow, 2002; Cobeñas y Grimaldi, 2018).

La construcción de apoyos para la enseñanza de la Regla de Ruffini: los aportes del estudiante y el trabajo conjunto

Iniciamos la experiencia realizando entrevistas a la docente a cargo del curso y al ayudante de laboratorio que trabajaba en algunas oportunidades con Antonio², el estudiante con discapacidad. También llevamos adelante observaciones de clase. De esta manera, comenzamos a elaborar algunas ideas considerando la necesidad de construir apoyos para la enseñanza de la regla de Ruffini a este estudiante.

Tomamos como punto de partida una propuesta didáctica que habíamos diseñado algunos años antes, que involucraba el uso de una tabla metálica con imanes para la

² Utilizamos el nombre real del estudiante, ya que ha dado su consentimiento.

enseñanza de una de las demostraciones del Teorema de Pitágoras³. Así, llevamos al aula una tabla de metal como la que se muestra en la Figura 1, con la idea de trabajar con tarjetas imantadas manipulables.



Figura 1. Ambas caras de la tabla metálica.

[Dos imágenes: la de la izquierda corresponde a la foto de una cara de la tabla en color gris galvanizado y la de la derecha, una foto de la otra cara de la misma tabla en color blanco]

El diseño de la tabla fue pensado y llevado a cabo de manera conjunta con un estudiante de diseño industrial. Esto permitió garantizar algunas características con las que debíamos contar teniendo en cuenta no sólo consideraciones pedagógico-didácticas, sino también ergonómicas de un objeto de diseño.

La tabla fue construida a partir de una lámina metálica galvanizada de 1,5 mm de espesor. Su tamaño fue de 30 cm de ancho por 20 cm de alto, dimensiones que permiten garantizar la portabilidad de la tabla por parte del usuario, así como la posibilidad de ser manipulada sobre los bancos individuales con los que contaba el aula en la que estudiaba Antonio con sus compañeros. Asimismo, decidimos redondear los extremos a los fines de evitar bordes filosos que pudieran lastimar a quienes la manipulen. Tal como se evidencia en las imágenes, una de las caras estaba pintada de blanco y la otra se conservó en color y textura original.

Primer encuentro con Antonio

En el marco de una de las clases de Matemática, posterior a las instancias de observación en la que la docente había introducido la regla de Ruffini, realizamos el primer encuentro con el estudiante. En esta ocasión, le entregamos la tabla y le

³ Propuesta didáctica realizada en el marco del Seminario “Teoría y desarrollo curricular en Ciencias Exactas y Naturales” correspondiente a la carrera de posgrado “Especialización en Educación en Ciencias Exactas y Naturales” FaHCE UNLP

contamos que nuestra idea era que él pueda trabajar sobre ella con la regla que se había trabajado en clase. Antonio tomó la tabla y comenzó a explorarla, tocando ambas caras y recorriendo los bordes con las palmas de sus manos y las yemas de los dedos. Como aclaramos anteriormente, la tabla había sido pintada de blanco en una de sus caras, pero luego de la exploración inicial Antonio la apoyó sobre la mesa dejando visible el lado no pintado. Ante esta situación le preguntamos de qué lado prefería utilizarla, y declaró que prefería trabajar sobre la cara no pintada dada su textura más rugosa. Entendemos que, desde su perspectiva, esto generaba mejores condiciones para su interacción con el material.

La idea preliminar con la que llegamos a este primer encuentro con Antonio era poder adherir imanes a la tabla. Estos contarían con los números escritos en el sistema Braille, y representarían los coeficientes de los polinomios dividendo, divisor, cociente y resto en la implementación de la regla de Ruffini. Al comentarle estas ideas, propuso que podía ocuparse de escribir en Braille varios renglones de cada uno de los dígitos del 0 al 9 y del signo “-“, en caso de que fuera necesario representar un coeficiente negativo. Esto nos permitiría construir una colección de tarjetas imantadas con varias copias de los dígitos en Braille.

En la Figura 2 mostramos algunos de los renglones numéricos escritos por Antonio junto con los imanes sobre los que posteriormente serían pegados y recortados para construir las tarjetas imantadas.



Figura 2. Tabla metálica, imanes y números en Braille.

[En la imagen: Tabla metálica, tres imanes rectangulares sobre la tabla, tres tiras de papel con números escritos en Braille]

En la Figura 3 se muestran las tarjetas imantadas finalizadas -pegadas sobre los imanes y recortadas-



Figura 3. Colección de tarjetas imantadas.

[En la imagen: Once tarjetas de papel con números y símbolos matemáticos escritos en Braille]

Segundo encuentro con Antonio

En esta nueva instancia de colaboración con el estudiante, retomamos la tabla y la colección de tarjetas imantadas que habíamos construido de manera conjunta en el encuentro anterior. Antonio volvió sobre sus apuntes en relación con la explicación de la profesora respecto de la división de polinomios utilizando la regla de Ruffini. En estos apuntes había quedado planteada una tarea que él no había realizado debido a que no había podido terminar de copiar los pasos a seguir para implementar la regla.

Habíamos tomado la decisión didáctica de indagar, previo a la implementación de la regla de Ruffini, si Antonio conocía cuáles eran las hipótesis de trabajo bajo las cuales la regla era llevada a cabo, así como los objetivos que la misma persigue. Para ello fuimos realizando algunas preguntas a medida que Antonio iba avanzando en la lectura de sus apuntes, que nos permitieran dar cuenta si él había comprendido: ¿Con qué objetivos aplicamos la regla de Ruffini? ¿Cuáles son los polinomios involucrados? ¿Qué características tienen estos polinomios? ¿Qué polinomios nos permite obtener la regla? El estudiante parecía conocer que la regla de Ruffini permitía dividir dos polinomios, caracterizó al polinomio divisor de acuerdo con las hipótesis que plantea el algoritmo, y finalmente indicó que la regla permite obtener tanto el cociente como el resto de la división. En consecuencia, decidimos utilizar la tabla y la colección de tarjetas imantadas a los fines de resolver la actividad que había quedado planteada en los apuntes de clase. A continuación, detallamos la consigna:

Usá la regla de Ruffini y determiná el cociente y el resto de la siguiente división:

$$(3x^3 + 5x - 6) : (x + 2)$$

Al explicarle a Antonio que debía buscar entre las tarjetas imantadas los coeficientes del polinomio dividendo y el opuesto del término independiente del divisor para poder ubicarlos en la disposición correspondiente, él sugiere que sería importante contar con un sector específico de la tabla en el que se encontrara la colección de tarjetas; de esta manera, las tendría disponibles para seleccionar las que necesitara.

Asimismo, decidimos que la tabla debía incluir la tradicional “caja” que se utiliza al aplicar la regla de Ruffini para disponer los coeficientes involucrados y realizar las operaciones necesarias. Finalmente, atendiendo a la propuesta de Antonio y a la necesidad de contar con sectores delimitados, la tabla fue sectorizada con líneas en relieve, siendo la versión final utilizada la que se muestra en la Figura 4.

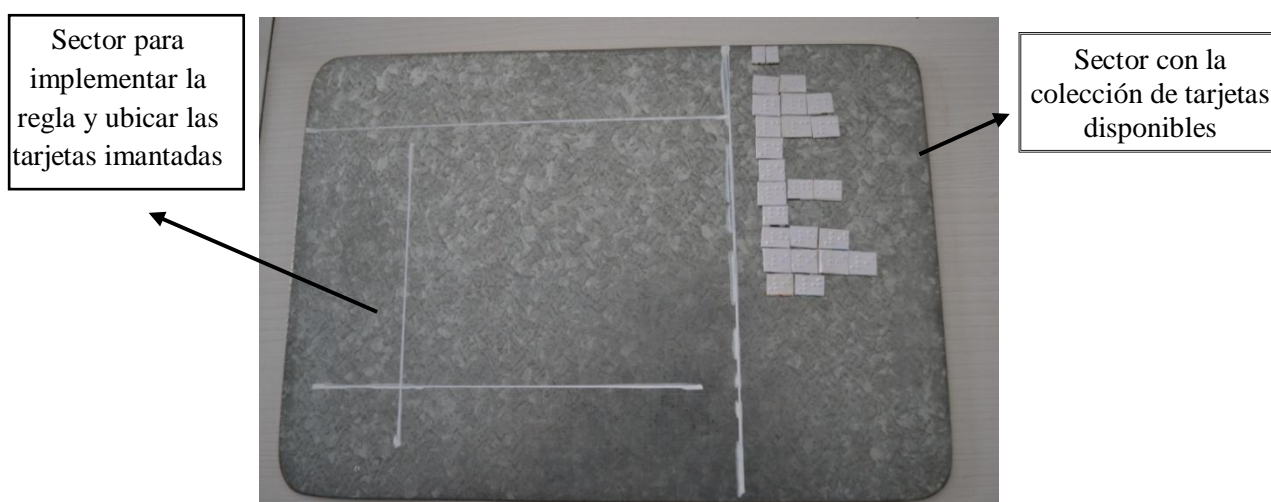


Figura 4. Tabla metálica terminada y colección de tarjetas en Braille.

[En la imagen: Tabla metálica dividida en tres sectores a través de segmentos marcados en relieve, sector derecho con tarjetas imantadas con números y símbolos matemáticos en braille, sector izquierdo con una tabla en relieve para aplicar la regla de Ruffini]

Tal como se observa en la imagen, dejamos disponible un sector bastante amplio para poder ubicar la colección de tarjetas. Nos parecía importante contar con un espacio para poder dejar a disposición del estudiante cantidades diversas de tarjetas. Entendíamos que la cantidad de tarjetas a necesitar estaría condicionada por el número de términos del polinomio dividendo, los resultados de las operaciones a realizar y la cantidad de términos del cociente. Asimismo, la cantidad de tarjetas disponibles y la coincidencia o no de las mismas con los coeficientes a considerar para poder aplicar la regla de Ruffini, podían variar de una actividad a otra. Es decir, en una actividad Antonio podía contar con las tarjetas que necesariamente iba a utilizar, y en otra, con tarjetas de más.

Esta diferencia en la colección de tarjetas disponibles constituye una variable didáctica⁴. En este sentido, la docente podría definir qué tarjetas deja a disposición del alumno en función de las relaciones matemáticas que quiera que movilice.

A continuación, resolvimos la actividad planteada aplicando la regla de Ruffini, de acuerdo a lo indicado en la consigna. En primera instancia, Antonio tomó las tarjetas imantadas que contenían los coeficientes del polinomio dividendo –ordenados y completos-. En este caso fue preciso recordar que el polinomio dividendo cuenta con un término nulo –el de índice 2-, y que el término independiente del polinomio divisor es negativo, por lo tanto tuvimos que utilizar la tarjeta con el signo “-“. Luego recuperó las tarjetas imantadas para indicar “-2” correspondiente al opuesto del término independiente del divisor.

Una vez ordenados los coeficientes, fuimos recordando las operaciones que se deben realizar entre los números en juego a los fines de aplicar los pasos que indica la regla. Para ello, Antonio iba tomando las tarjetas imantadas que necesitaba del sector en el cual habíamos dejado la colección.

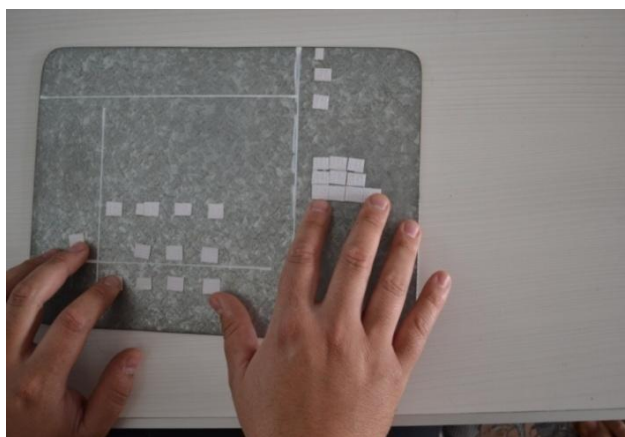


Figura 5. Uso de la tabla metálica con la colección de tarjetas imantadas.

[En la imagen: Las manos de una persona utilizando la tabla metálica descrita en la Figura 4]

Una vez obtenidos los coeficientes de los polinomios cociente y resto, Antonio escribió –en Braille- en su carpeta la respuesta a la consigna:

$$\text{Cociente: } 3x^2 - 6x + 17$$

$$\text{Resto: } -40$$

⁴ En la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, se llama así a aquellas características del problema cuya modificación por parte del docente busca exigir que el alumno cambie las relaciones matemáticas que pone en juego al interactuar con la situación.

Respecto de estos resultados, habíamos anticipado algunas intervenciones con la finalidad de poder concluir qué grado debía tener el polinomio cociente y el polinomio resto, atendiendo el grado del polinomio dividendo y divisor. En este sentido, Antonio pudo identificar cuáles debían ser los grados de ambos polinomios apoyándose en conocimientos disponibles sobre la multiplicación y división de polinomios.

Conclusiones

Consideramos que la tabla imantada constituyó un pilar fundamental para propiciar la enseñanza a Antonio de las técnicas involucradas en la aplicación de la regla de Ruffini. Si bien él había comprendido las hipótesis de trabajo para aplicar la regla así como los objetivos de la implementación de la misma, resultaba necesario generar condiciones que favorezcan los intercambios en relación con los pasos a seguir para llevar a cabo la división de polinomios con los mecanismos que la regla pone en juego. Entendemos que la construcción de la tabla metálica con imanes otorga un carácter dinámico a las representaciones de los objetos matemáticos. También, que el hecho de conservar sobre esa tabla la misma disposición que se utiliza en la representación gráfica de la regla, favorece el intercambio entre docentes que no dominan la escritura Braille y un estudiante que sí lo hace. Es decir que no sólo permite la accesibilidad de Antonio a la representación de la regla de Ruffini, sino que consolida el intercambio y la interacción con la misma tanto para las docentes como para el estudiante.

En términos matemático-didácticos, nos resulta interesante destacar que el trabajo que desplegamos con Antonio en el marco de esta experiencia implicó un único tipo de tarea -resolver para producir una solución-, e inicialmente no consideramos otros tipos de tarea que suelen proponerse en el aula del nivel medio. Sin embargo, una vez que se puso en marcha el uso de la tabla imantada, notamos que resulta viable proponer otros tipos de tareas y de prácticas matemáticas tales como validar resoluciones hechas por otros o completar resoluciones incompletas. Creemos que una de las potencias del dispositivo diseñado es que habilita distintas posibilidades de trabajo en torno a consignas que impliquen una diversidad de tipos de tarea y tipos de prácticas matemáticas.

Revisando la puesta en aula de la tabla y los intercambios con Antonio en relación con su uso, consideramos necesario hacer un ajuste en la colección de tarjetas en Braille. Dado que generalmente el profesor de Matemática de nivel medio y los compañeros de los estudiantes con discapacidad no manejan, al menos fluidamente, el sistema Braille,

sería importante que las tarjetas estén tanto en Braille como en el sistema de escritura gráfica. Creemos que este agregado sería un apoyo a la interacción entre el alumno, el docente y sus compañeros, dado que todos tendrían a disposición los números y los símbolos indicados en cada tarjeta en el sistema de escritura que cada uno domina.

En esta experiencia intentamos mostrar que el saber didáctico de la escuela “común”, en diálogo con la voz del estudiante y algunos saberes específicos sobre el Braille, permitieron identificar y eliminar barreras además de construir apoyos para la enseñanza y el aprendizaje de polinomios en un aula con estudiantes con y sin discapacidad.

Referencias bibliográficas

Ainscow, M. (2002). Rutas para el desarrollo de prácticas inclusivas en los sistemas educativos. *Revista de Educación*, 327, 69-82.

Brousseau, G. (2007). *Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 33-112. Traducción de la UNC.

Cobeñas, P., Grimaldi, V., Broitman, C., Sancha I. y Escobar, M. (coords.) (2021). *La enseñanza de las matemáticas a alumnos con discapacidad*. La Plata: EDULP

Cobeñas, P. y Grimaldi, V. (2018). *Construyendo una educación inclusiva II. Aportes para repensar la enseñanza en escuelas para todos*. La Plata: Asociación Azul.

Grimaldi, V. (2017). *La inclusión de alumnos con discapacidad en aulas de Matemática del Nivel Secundario: Su abordaje en la formación docente inicial*. [Trabajo final de Especialización, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de La Plata]. Memoria Académica, repositorio institucional FaHCE-UNLP.